

KİSMİ İNTEGRASYON

1. Aşağıdaki integralleri kısmi integrasyon metoduyla hesaplayınız.

a) $\int \ln x \, dx$

Cevap: $x \ln x - x + c$

b) $\int \arctan x \, dx$

Cevap: $x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + c$

c) $\int \arcsin x \cdot dx$

Cevap: $x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + c$

d) $\int x \cdot e^x \, dx$

Cevap: $xe^x - e^x + c$

e) $\int x \cdot \cos x \, dx$

Cevap: $x \sin x + \cos x + c$

f) $\int x \cdot \sin x \, dx$

Cevap: $\sin x - x \cos x + c$

g) $\int x \cdot \ln x \cdot dx$

Cevap: $\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + c$

h) $\int x \cdot \log_2 x \cdot dx$

Cevap: $\frac{x^2}{2} \log_2 x - \frac{x^2}{4 \ln 2} + c$

i) $\int x^2 \cdot e^x \, dx$

Cevap: $x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + c$

j) $\int x^2 \cdot \cos x \, dx$

Cevap: $x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + c$

j) $\int x^2 \cdot e^{2x} \, dx$

Cevap: $\frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \frac{1}{2} x e^{2x} + \frac{1}{4} e^{2x} + c$

k) $\int x^2 \cdot \sin x \cdot dx$

Cevap: $-x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + c$

m) $\int (x+1)^2 \cdot e^x \cdot dx$

Cevap: $(x+1)^2 \cdot e^x - 2 \cdot (x+1) \cdot e^x + 2e^x + c$

n) $\int \frac{x}{e^x} \cdot dx$

Cevap: $-x \cdot e^{-x} - e^{-x}$

o) $\int (x^2 - 3x + 1) \cdot e^x \cdot dx$

Cevap: $(x^2 - 5x + 6) e^x + c$

ö) $\int (x^2 + 2x + 4) \cdot \sin x \cdot dx$

Cevap: $-(x^2 + 2x + 4) \cos x + (2x + 2) \sin x + 2 \cos x + c$

p) $\int x^2 \cdot e^{-3x} \, dx$

Cevap: $-\frac{x^2}{3} e^{-3x} - \frac{2x}{9} e^{-3x} - \frac{2}{27} e^{-3x} + c$

r) $\int \frac{2x}{\cos^2 x} \, dx$

Cevap: $2x \tan x + 2 \ln |\cos x| + c$

s) $\int e^x \cdot \sin x \cdot dx$

Cevap: $\frac{e^x (\sin x - \cos x)}{2} + c$

GEBÖS YAYINLARI

GEBÖS YAYINLARI

BASİT KESİRLERE AYIRMA

2. Aşağıdaki integralleri basit kesirlere ayırma metoduyla hesaplayınız.

a) $\int \frac{x}{x-1} \cdot dx$

Cevap: $x + \ln|x-1| + c$

b) $\int \frac{5x}{x+1} \cdot dx$

Cevap: $5x - 5\ln|x+1| + c$

c) $\int \frac{1}{x^2+x} dx$

Cevap: $\ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + c$

d) $\int \frac{1}{(x+2) \cdot (x+3)} dx$

Cevap: $\ln \left| \frac{x+2}{x+3} \right| + c$

e) $\int \frac{1}{x^2-4} dx$

Cevap: $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$

f) $\int \frac{5x-2}{x^2-2x-3} \cdot dx$

Cevap: $\frac{13}{4} \ln|x-3| + \frac{7}{4} \ln|x+1| + c$

g) $\int \frac{x+1}{x^2+4x-5} \cdot dx$

Cevap: $\frac{2}{3} \ln|x+5| + \frac{1}{3} \ln|x-1| + c$

h) $\int \frac{3x+4}{x^2-2x-15} dx$

Cevap: $\frac{19}{8} \ln|x-5| + \frac{5}{8} \ln|x+3| + c$

i) $\int \frac{x^2+5x+7}{x^2+5x+6} dx$

Cevap: $x + \ln \left| \frac{x+2}{x+3} \right| + c$

j) $\int \frac{x^2}{x^2-1} dx$

Cevap: $x + \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + c$

k) $\int \frac{dx}{x^3+x}$

Cevap: $\ln|x| - \frac{1}{2} \ln|x^2+1| + c$

l) $\int \frac{x^3+4x^2}{x^2+4x+3} \cdot dx$

Cevap: $\frac{x^2}{2} - \frac{3}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x+3} \right| + c$

ÖZEL DÖNÜŞÜMLER

3. Aşağıdaki integrallerde verilen dönüşümleri yapınız.

a) $\int (x^2+2) \cdot 2x dx$ integralinde $(x^2+2)=u$ dönüşümü yapılırsa, oluşacak integrali bulunuz.

Cevap: $\int u du$

b) $\int \sqrt{x^3+1} \cdot x^2 dx$ integralinde $x^3+1=t$ dönüşümü yapılırsa oluşacak integrali bulunuz.

Cevap: $\frac{1}{3} \int \sqrt{t} dt$

c) $\int (1-x^2) dx$ integralinde $x = \sin t$ dönüşümü yapılırsa, oluşacak integrali bulunuz.

Cevap: $\int \cos^3 t dt$

d) $\int (e^{2x} + e^x) dx$ integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa, oluşacak integrali bulunuz.

Cevap: $\int (t+1) dt$

4. Aşağıdaki işlemleri sonuçlandırınız.

a) $f(x) = \int (2x+3) dx$ ve $f(1) = 6$ olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

Cevap: 12

b) $f(x) = \int (4x^3 - 3x^2 + 2x + 6) dx$ ve $f(0) = 3$ olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

Cevap: 27

c) $f(x) = \int (x^3 - x^2 + 4) dx$ ve $f(0) = -4$ ise, $f(1)$ kaçtır?

Cevap: $-\frac{1}{12}$

GEBÖS YAYINLARI

GEBÖS YAYINLARI