



Konu	Bölüm	Sınav	DAF No.
TÜREV - III	MF-TM	LYS1	65

MATEMATİK - II

65

LOGARİTMA FONKSİYONUNUN TÜREVİ

$u=u(x)>0$ olmak üzere,

$$\odot y = \ln u \text{ ise } y' = \frac{u'}{u}$$

$$\odot y = \log_a u = \frac{\ln u}{\ln a} \text{ ise } y' = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{u'}{u}$$

Örnek: 1

a) $y = 3\ln x$ ise $y' =$

b) $y = \ln(2x - 1)$ ise $y' =$

c) $y = \ln(\cos x)$ ise $y' =$

d) $y = \ln(\ln x)$ ise $y' =$

e) $y = \log_3 x$ ise $y' =$

Örnek: 2

$$f(x) = \ln^2(\cos x)$$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?



Örnek: 3

$$f(x) = 3 + \log_3^4(2x - 1)$$

olduğuna göre, $f'(2)$ ifadesini bulunuz.



LOGARİTMİK TÜREV ALMA

$u=u(x)$, $v=v(x)$ olmak üzere,

$y=u^v$ şeklindeki bir ifadenin türevini almak için önce her iki tarafın e tabanında logaritması alınır.

$$y=u^v \text{ ise } \ln y = \ln u^v$$

$$\ln y = v \cdot \ln u$$

Daha sonra her iki tarafın türevi alınır.

Örnek: 4

$x > 0$ olmak üzere,

$$y = x^x$$

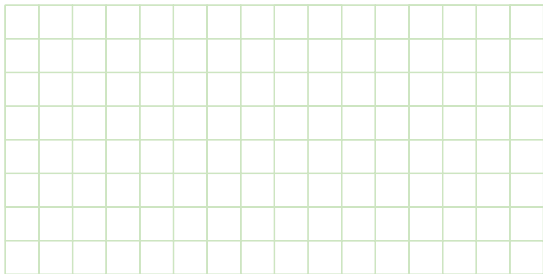
olduğuna göre, y' fonksiyonunu bulunuz.



Örnek: 5

$$f(x) = x^{\cos x}$$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ifadesini bulunuz.



ÜSTEL FONKSİYONUN TÜREVİ

$u=u(x)$ olmak üzere,

- $y=e^u$ ise $y'=u'.e^u$
- $a \neq 1$ ve $a > 0$ olmak üzere,
 $y=a^u$ ise $y'=u'.a^u.\ln a$

Örnek: 6

a) $y=e^x$ ise $y' =$

b) $y=e^{-x}$ ise $y' =$

c) $y=e^{\sin x}$ ise $y' =$

d) $y=6^x$ ise $y' =$

e) $y=2^{\sin x}$ ise $y' =$

Örnek: 7

$$f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?



Örnek: 8

$$f(x) = e^{\sqrt{x+2}} - e^x$$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?



Örnek: 9

$$f(x) = e^{\text{Arctan}x}$$

olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?



Örnek: 10

$$f(x) = \ln(\sin^2 x + e^{2x})$$

olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

A) e

B) 1

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

E) 2

(2010/LYS)



Örnek: 11

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2 + x + 1}{2x - 1}\right)$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?



KAPALI FONKSİYONLARIN TÜREVİ

$y=f(x)$ olmak üzere, $F(x, y)=0$ bağıntısından en az bir fonksiyon tanımlanabiliyorsa $F(x, y)$ bağıntısına y nin x e göre kapalı fonksiyonu diyeceğiz.

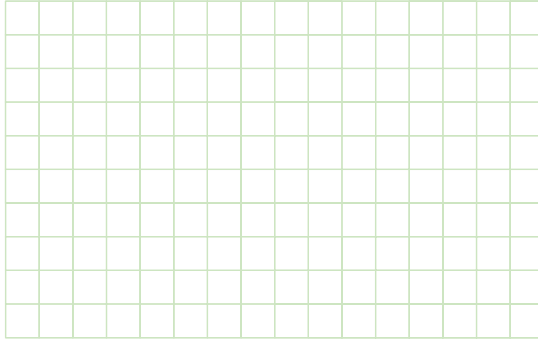
Kapalı fonksiyonun türevi alınırken, $F(x, y)=0$ denkleminin her iki yanının x e göre türevi alınır. Bulunan denklemlerden $\frac{dy}{dx}=y'$ yalnız bırakılır.

Örnek: 12

$y=f(x)$ olmak üzere,

$$x^3y - 4x + 3y = 0$$

bağıntısının türevini bulunuz.



Uyarı:

$F(x, y)=0$ kapalı fonksiyonun daha pratik yoldan türevidir:

$F'_x(x, y)$: F nin x e göre türevidir (y sabit düşünülür)

$F'_y(x, y)$: F nin y ye göre türevidir (x sabit düşünülür)

olmak üzere,

$$F(x, y) = 0 \text{ ise } F'(x, y) = \frac{-F'_x(x, y)}{F'_y(x, y)}$$

Örnek: 13

$$F(x, y) = x^2y - y^2x + 2xy = 0$$

olduğuna göre, $F'(-1, 1)$ kaçtır?



Örnek: 14

$$F(x, y) = x \cdot \cos y + y \cdot \cos x = 0$$

olduğuna göre, $F' \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right)$ kaçtır?



YÜKSEK MERTEBEDEN TÜREV ALMA

$y=f(x)$ fonksiyonunun

$$1. \text{ türevi: } y' = \frac{dy}{dx}$$

$$2. \text{ türevi: } y'' = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$3. \text{ türevi: } y''' = \frac{d}{dx} \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = \frac{d^3y}{dx^3}$$

$$4. \text{ türevi: } y^{(4)} = \frac{d}{dx} \left(\frac{d^3y}{dx^3} \right) = \frac{d^4y}{dx^4}$$

⋮
⋮
⋮

$$n. \text{ türevi: } y^{(n)} = \frac{d}{dx} \left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} \right) = \frac{d^ny}{dx^n}$$

Uyarı:

Bir fonksiyonun n. türevi ile 1. türevinin n. kuvveti eşit değildir.

$$\frac{d^n y}{dx^n} \neq \left(\frac{dy}{dx} \right)^n$$

Örnek: 15

a) $\frac{d}{dx}(x^4 + 2x^2 - 3x) = \dots\dots\dots$

b) $\frac{d^2}{dx^2}(4x^3 - 3x^2 - 5) = \dots\dots\dots$

c) $\frac{d^3}{dx^3}(\sin x) = \dots\dots\dots$

Örnek: 16

$$f(x) = e^{2x}$$

olduğuna göre, $f^{(10)}(x) = \frac{d^{10}f}{dx^{10}}$ ifadesinin değerini bulunuz.



Örnek: 17

$$\frac{d^2}{dx^2}(x.e^{-x})$$

ifadesinin eşitini bulunuz.



Örnek: 18

$\frac{d^2}{dx^2}(\sin^2 3x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $18\sin 6x$

B) $18\cos 6x$

C) $6(\sin 3x + \cos 3x)$

D) $6(\sin 3x - \cos 3x)$

E) $6\cos^2 3x$

(1992/ÖYS)



Örnek: 19

$$y = \frac{1}{x}$$

olduğuna göre, $\frac{d^n y}{dx^n}$ ifadesinin değerini bulunuz.



Örnek: 20

$$y = \sin x$$

olduğuna göre, $\frac{d^{13}y}{dx^{13}}$ ifadesinin değerini bulunuz.



1.

$$f(x) = \ln(2x - 3)$$

olduğuna göre, $f(2) + f'(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 4

B) 3

C) 2

D) 1

E) $\frac{1}{2}$

2.

$$f(x) = \ln(\cos x)$$

olduğuna göre, $f' \left(\frac{\pi}{4} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -4

B) -2

C) -1

D) 0

E) 2

3.

$$f(x) = \ln(\sqrt{x})$$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{2}$

C) 1

D) 2

E) 4

4. $f(x) = \log_2(3x - 1)$

olduğuna göre, $f' \left(\frac{2}{3} \right)$ kaçtır?

A) $\log_2 e^3$

B) $\log_2 e^2$

C) $\log_2 e$

D) $\ln 4$

E) $\ln 2$

5.

$$f(x) = \ln x$$

$$g(x) = 2x$$

olduğuna göre, $(f \circ g)'(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{x}$

B) $\frac{3}{x}$

C) x

D) $\frac{1}{x}$

E) $2x$

6. $x > 0$ olmak üzere,

$$f(x) = x^{x+1}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1

B) 2

C) 3

D) $\ln 2$

E) $\ln 3$

7.

$$\frac{d}{dx}(e^{2x-1})$$

ifadesinin $x=1$ için değeri kaçtır?

A) $2e$

B) $4e$

C) $8e$

D) $2e^2$

E) $8e^2$

8.

$$f(x) = 2^{\cos 2x}$$

olduğuna göre, $f' \left(\frac{\pi}{4} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\ln 16$

B) $\ln 4$

C) $\ln 2$

D) $\ln \frac{1}{2}$

E) $\ln \frac{1}{4}$

9.

$$e^x \cdot \frac{d}{dx}(e^{-x} \cdot x)$$

ifadesinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-1$

B) $1-x$

C) $x+1$

D) $x+2$

E) $x-2$

10.

$$f(x) = \ln(3^{\cos 5x})$$

olduğuna gore, $f' \left(\frac{3\pi}{10} \right)$ kaçtır?

A) $2\ln 3$

B) $5\ln 3$

C) $\ln 5$

D) $2\ln 5$

E) $\ln 15$

(1995/YS)

11.

$$\frac{d^2}{dx^2}(6x^2 + 2x - 1)$$

ifadesinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2x

B) 2

C) 10

D) 12

E) 24

12.

$$f(x) = \cos x$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi $f(x)$ fonksiyonuna eşittir?

A) $\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$

B) $\frac{d^3(f(x))}{dx^3}$

C) $\frac{d^7(f(x))}{dx^7}$

D) $\frac{d^4(f(x))}{dx^4}$

E) $\frac{d^{15}(f(x))}{dx^{15}}$

13.

$$f(x) = (x+1)^{10} + 4$$

olduğuna gore, $f^{(9)}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $7!(x+1)$

B) $8!(x+1)^2$

C) $9!(x+1)^2$

D) $10!(x+1)$

E) $10!(x+1)^3$

14. $e^{-x} \cdot \frac{d^2}{dx^2}(x^3 e^x)$ ifadesinin kısaltılmışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3 + 3x^2 + 3x$

B) $x^3 + 3x^2 + 6x$

C) $x^3 + 3x^2 + 9x$

D) $x^3 + 6x^2 + 6x$

E) $x^3 + 9x^2 + 3x$

(1990/ÖYS)

15.

$$\frac{d^{61}}{dx^{61}}(\cos 3x)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-3\cos 3x$

B) $-3^{61}\cos 3x$

C) $3^{61}\cos 3x$

D) $-3^{61}\sin 3x$

E) $3^{61}\sin 3x$

16. $\frac{d}{dx} \left(\ln x - \frac{1}{x} \right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1

B) 0

C) $\frac{x-1}{x^2}$

D) $\frac{x}{x^2}$

E) $\frac{x+1}{x^2}$

17.

$$f(x) = e^{|x^2-1|}$$

olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

A) $4e^3$

B) $2e^3$

C) $2e^2$

D) 4

E) 0

18.

$$f(x) = \ln(e^{3x}) \cdot \ln(3x)$$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{1}{3}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 12

B) 6

C) 3

D) $3(e-2)$

E) $3-e$

19.

$$f(x) = \left[\ln \left(\frac{x+1}{x} \right) \right]^2$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) $\ln \frac{1}{4}$

B) $\ln \frac{1}{2}$

C) 0

D) $\ln 2$

E) $\ln 4$

20.

$$f(x) = \frac{1}{x} \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

olduğuna göre, $f'(e)$ kaçtır?

A) $-\frac{1}{e}$

B) $-\frac{1}{e^2}$

C) $\frac{1}{e^2}$

D) 0

E) 1

21.

$$\frac{d^n}{dx^n}(2^x)$$

ifadesinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\ln n)^2$

B) $n \cdot \ln 4$

C) $2^x \cdot (\ln 2)^n$

D) $n \cdot \ln 2$

E) $2^x \cdot (\ln 4)^n$

22.

$$f(x) = \ln(x \cdot e^x)$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 6

23.

$$f(x) = 12 \cdot (x-2)^{11}$$

olduğuna göre, $f^{10}(x)$ fonksiyonunun $x=3$ apsisli noktasındaki türevi kaçtır?

A) 9!

B) 10!

C) 11!

D) 12!

E) 13!

24.

$$f(x) = \sqrt{\ln(x-2)}$$

olduğuna göre, $f'(e+2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2e}$

B) $\frac{1}{e}$

C) e

D) $e+1$

E) $e+2$

25.

$$2y - 4xy + 2x - 3 = 0$$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2y+1}{2x+1}$

B) $\frac{2y-1}{2x-1}$

C) $\frac{2y-1}{-2x-1}$

D) $\frac{2y-1}{-2x+1}$

E) $\frac{4y-1}{-4x-1}$

26.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 10 = 0$$

olduğuna göre, $f'(3, 1)$ kaçtır?

A) -1

B) -3

C) 1

D) 3

E) 5

27.

$$f(x) = \ln^2(\sin x)$$

olduğuna göre, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ kaçtır?

A) $-2\sqrt{3}\ln 2$

B) $-\sqrt{3}\ln 2$

C) $\ln 2$

D) $\ln 4$

E) $\ln 16$

28.

$$\frac{d^4}{dx^4}(\ln x)$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{x^2}$

B) $\frac{2}{x^3}$

C) $-\frac{2}{x^3}$

D) $-\frac{6}{x^4}$

E) $\frac{6}{x^4}$

29.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{1+e^x}\right) + \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{1+e^{-x}}\right)$$

ifadesinin eđiti aşağıdakilerden hangisine eđittir?

A) $-e^x$

B) 0

C) e^x

D) 1

E) e^{2x}

30.

$$f(x) = e^{3x} - e^{-3x}$$

olduğuna göre, $f^{(38)}(0^+)$ kaçtır?

A) -3^{38}

B) -3^{15}

C) 0

D) 3^{19}

E) 3^{38}

31.

$$f(x) = \ln\left(\frac{\sqrt{x+1}}{x^2+1}\right)$$

olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{2}$

C) 1

D) $\frac{3}{2}$

E) 2

32.

$$f(x) = (3x - 1)^8$$

olduğuna gore, $\frac{d^8}{dx^8}(f(x))$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $8! \cdot 3^8$

B) 0

C) $7! \cdot 3^7$

D) 8!

E) 3^8