

HAREKET PROBLEMLERİ

Hareket problemleri, fizik dersinde işin içine ivme ve başka faktörler de katılarak işlenmektedir.

Bizim işleyeceğimiz hareket problemleri, sabit hızla belli bir sürede alınan "yolun hız ile sürenin çarpımına eşit" olduğu çerçeveye sınırlı olacaktır.

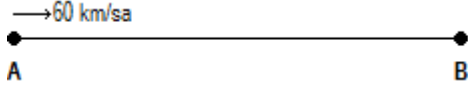
v: Hareketlinin hızı

x: Hareketlinin v hızıyla t sürede aldığı yol

t: Hareketlinin v hızıyla x yolunu alma süresi ise,

$x = v \cdot t$ dir.

Örnek:



Saatteki hızı 60 km olan bir araç A kentinden yola çıktıktan 8 saat sonra B kentine ulaştığına göre, A kenti ile B kenti arasındaki uzaklığın kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:

$|AB| = x$ km olsun.

$v = 60$ km/sa

$t = 8$ sa olduğuna göre,

$x = v \cdot t = 60 \cdot 8 = 480$ km dir.

Örnek:

A ve B kentleri arasındaki uzaklık 640 km dir. A kentinden B kentine 80 km/sa hızla hareket eden bir aracın kaç saat sonra B kentine varacağını bulalım.

Çözüm:

Araç A kentinden B kentine t saatte varsın.

Verilenlere göre,

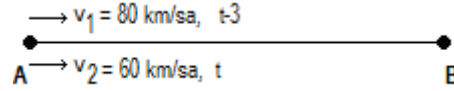
$x = v \cdot t$ ise $640 = 80 \cdot t \Rightarrow t = \frac{640}{80} = 8$ olur.

Örnek:

Hızları 80 km/sa ve 60 km/sa olan iki araç A kentinden B kentine doğru aynı anda hareket ediyor.

Hızlı olan araç diğerinden 3 saat önce B kentine vardığına göre, A ile B arasındaki uzaklığın kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:



A ile B arasını yavaş olan araç t saatte gitsin. Bu durumda hızlı olan araç t - 3 saatte gider. Her iki araç için ayrı ayrı yol denklemini yazalım.

$$|AB| = 80 \cdot (t - 3)$$

$$|AB| = 60 \cdot t$$

Alınan yol eşit olduğuna göre,

$$80 \cdot (t - 3) = 60 \cdot t \Rightarrow 4 \cdot (t - 3) = 3 \cdot t$$

$$\Rightarrow 4 \cdot t - 12 = 3 \cdot t$$

$$\Rightarrow t = 12 \text{ olur.}$$

Buna göre,

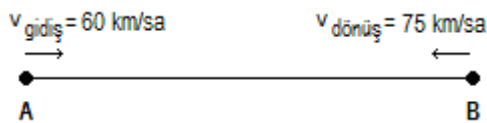
$$|AB| = 60 \cdot t = 60 \cdot 12 = 720 \text{ km olur.}$$

Örnek:

Bir araç A kentinden B kentine 60 km/sa hızla gidip hiç beklemeden B kentinden A kentine 75 km/sa hızla dönüyor.

Gidiş dönüş toplam 27 saat sürdüğüne göre, bu aracın B kentinden A kentine kaç saatte döndüğünü bulalım.

Çözüm:



Bu araç B den A ya t saatte dönmüş ise,

A dan B ye 27 – t saatte gitmiştir. Verilenlere göre,

$$|AB| = 60.(27 - t) \dots (I)$$

$$|AB| = 75.t \dots (II)$$

(I) ve (II) eşitliklerinin sol tarafları eşit olduğuna göre, sağ tarafları da eşittir.

Buna göre,

$$60.(27 - t) = 75.t \Rightarrow 1620 - 60.t = 75.t$$

$$\Rightarrow 1620 = 135.t$$

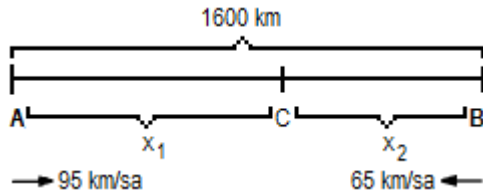
$$\Rightarrow t = 12 \text{ olur.}$$

Örnek:

Aralarında 1600 km uzaklık bulunan iki hareketliden bir saatte 95 km hızla, diğeri saatte 65 km hızla birbirlerine doğru aynı anda harekete geçiyorlar.

Buna göre, bu iki aracın kaç saat sonra karşılaşacağını bulalım.

Çözüm:



Hareketliler aynı anda hareket etsin.

$v_1 = 95 \text{ km/sa}$ hız yapan hareketli x_1 yolunu,

$v_2 = 65 \text{ km/sa}$ hız yapan hareketli x_2 yolunu alsın.

t saat sonra C noktasında karşılaşsınlar. Buna göre,

$$x_1 = v_1.t \Rightarrow x_1 = 95.t \dots (I)$$

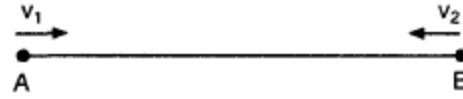
$$x_2 = v_2.t \Rightarrow x_2 = 65.t \dots (II) \text{ olur.}$$

(I) ve (II) denklemlerini taraf tarafa toplayıp sonuca gidelim.

$$x_1 + x_2 = 95.t + 65.t$$

$$1600 = 160t \Rightarrow t = 10 \text{ olur.}$$

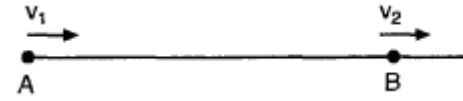
Sonuç



Saatteki hızları $v_1 \text{ km}$ ve $v_2 \text{ km}$ olan iki araç aralarında x km bulunan noktalardan aynı anda birbirlerine doğru hareket ettiklerinde karşılaşma süresi, aradaki yolun uzunluğunun hızlar toplamına oranına eşittir. Buna göre,

$$t = \frac{|AB|}{v_1 + v_2} = \frac{x}{v_1 + v_2} \text{ dir.}$$

Örnek:

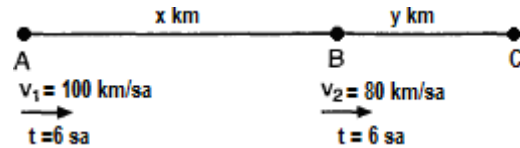


Hızı $v_1 = 100 \text{ km/sa}$ olan bir araç A kentinden, hızı

$v_2 = 80 \text{ km/sa}$ olan bir araç B kentinden aynı anda aynı yönde hareket ediyorlar.

Hızlı olan araç, yavaş olan araca 6 saat sonra yetiştiğine göre, A ile B arasındaki uzaklığın kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:



$$|AB| = x \text{ km}$$

$$|BC| = y \text{ km}$$

A dan hareket eden araç B den hareket eden aracı 6 saat sonra C de yakalasın.

Buna göre,

$$|AC| = v_1 \cdot t \Rightarrow x + y = 100.6$$

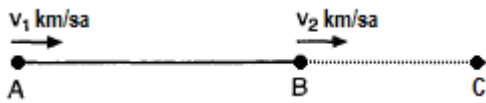
$$|BC| = v_2 \cdot t \Rightarrow y = 80.6 \text{ olur.}$$

$x + y = 600$ ve $y = 480$ olduğundan,

$$x = 600 - 480 = 120 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, A ile B arasındaki uzaklık 120 km dir.

Sonuç



Saatteki hızları v_1 km ve v_2 km olan iki araç A ve B noktalarından aynı anda ve aynı yöne doğru hareket ederlerse arkadaki aracın öndeki aracı yakalama süresi,

$$t = \frac{|AB|}{v_1 - v_2} \text{ dir.}$$

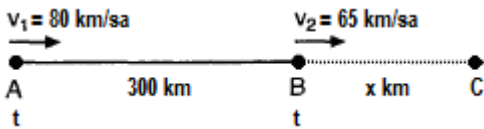
Örnek:



A kentinden hızı 80 km/sa olan, B kentinden hızı 65 km/sa olan iki araç aynı anda ve aynı yönde hareket ediyorlar. A dan yola çıkan araç B den yola çıkan araca C kentinde yetişiyor.

A ile B arası 300 km olduğuna göre, B ile C arasındaki uzaklığın kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:



A dan hareket eden araç B den hareket eden aracı t saat sonra B den x km ileride olan C kentinde yakalasın.

Buna göre,

$$|AC| = v_1 \cdot t \Rightarrow 300 + x = 80 \cdot t \dots (I)$$

$$|BC| = v_2 \cdot t \Rightarrow x = 65 \cdot t \dots (II) \text{ olur.}$$

(I) denkleminde (II) denklemini çıkarılırsa,

$$300 + x - x = 80 \cdot t - 65 \cdot t \Rightarrow 15 \cdot t = 300$$

$$\Rightarrow t = 20 \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$|BC| = 65 \cdot t = 65 \cdot 20 = 1300 \text{ km bulunur.}$$

II.Yol

Yukarıdaki örneği az önce verdiğimiz formülü kullanarak çözelim:

$$v_1 = 80 \text{ km/sa}$$

$$v_2 = 65 \text{ km/sa}$$

$$x = 300 \text{ km}$$

$$t = \frac{x}{v_1 - v_2} = \frac{300}{80 - 65} = 20 \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$|BC| = 65 \cdot t = 65 \cdot 20 = 1300 \text{ km bulunur.}$$

Örnek:

Bir hareketli A şehrinde B şehrine 60 km/sa hızla gidip, B şehrinde hiç bekleme yapmadan 90 km/sa hızla A şehrine geri dönüyor.

Gidiş dönüş toplam 10 saat sürdüğüne göre, A şehri ile B şehri arasındaki uzaklığı bulalım.

Çözüm:

$$|AB| = x \text{ km olsun.}$$

Hareketli, AB yolunu t saatte giderse, $10 - t$ saatte döner.

Buna göre,

$$x = 60.t \dots (I)$$

$$x = 90.(10 - t) \dots (II)$$

(I) ve (II) denklemlerinin sol tarafları eşit olduğuna göre sağ tarafları da eşittir. Buna göre,

$$60.t = 90.(10 - t) \Rightarrow 60.t = 900 - 90.t$$

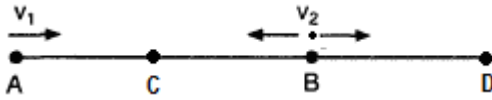
$$\Rightarrow 150.t = 900$$

$$\Rightarrow t = 6 \text{ olur.}$$

Buna göre, hareketli AB yolunu 6 saatte gider, 4 saatte döner. Bu durumda A ile B arasındaki uzaklık,

$$x = 60.t = 60.6 = 360 \text{ km olur.}$$

Örnek:



Hızları sırasıyla v_1 km ve v_2 km olan iki araç A ve B kentlerinden aynı anda ve zıt yönde hareket ederlerse 6 saat sonra C noktasında karşılaşıyorlar. Eğer aynı anda ve aynı yönde giderlerse hızlı olan diğerini 10 saat sonra D noktasında yakalıyor.

$|AB| = 600$ km olduğuna göre,

v_1 in kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Bu soruda iki farklı hareket vardır.

Hızları sırasıyla v_1 km ve v_2 km olan iki araç A ve B kentlerinden aynı anda ve zıt yönde hareket ederlerse 6 saat sonra C noktasında karşılaşırlar.

Buna göre,

$$t = \frac{|AB|}{v_1 + v_2} \Rightarrow 6 = \frac{600}{v_1 + v_2}$$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 = 100 \text{ olur. } \dots (I)$$

A ve B den aynı anda ve aynı yönde v_1 km/sa ve v_2 km/sa hızla hareket eden iki araçtan, arkadaki öndekine 10 saat sonra yetişiyorsa,

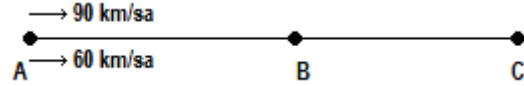
$$t = \frac{|AB|}{v_1 - v_2} \Rightarrow 10 = \frac{600}{v_1 - v_2}$$

$$\Rightarrow v_1 - v_2 = 60 \text{ olur. } \dots (II)$$

(I) ve (II) denklemlerinin ortak çözümünden,

$$v_1 = 80 \text{ km/sa bulunur.}$$

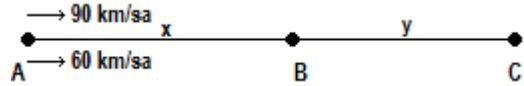
Örnek:



Şekildeki gibi hızları 90 km/sa ve 60 km/sa olan iki araç aynı anda ve aynı yönde harekete başladıktan 10 saat sonra hızlı olan C ye varıp hiç durmadan geri dönerek B noktasında diğer araçla karşılaşıyor.

Buna göre, $|BC|$ nin kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:



$$|AB| = x \text{ km}$$

$$|BC| = y \text{ km olsun.}$$

Hızlı olan araç 10 saatte A dan C ye gidip C den B ye dönüyor.

Buna göre, aldığı yo: $x + y + y$ dir.

$$x + y + y = 90.10 \Rightarrow x + 2y = 900 \text{ olur. } \dots (I)$$

Yavaş olan araç 10 saatte A dan B ye kadar gidiyor. Yani aldığı yol: x km dir.

$$x = 60.10 \Rightarrow x = 600 \text{ olur. } \dots (II)$$

(II) denklemindeki x değerini (I) denkleminde yerine yazalım.

$$x + 2y = 900 \Rightarrow 600 + 2y = 900$$

$$\Rightarrow y = 150 \text{ dir.}$$

Örnek:

Aralarında 600 km mesafe olan A ve B kentlerinden aynı anda, sabit hızla birbirine doğru hareket eden iki araç 2,5 saat sonra karşılaşıyor. Bu iki araçtan birinin hızı değiştirilmeden, diğerinin saatteki hızı x km artırılırsa karşılaşma, hareketten 2 saat sonra gerçekleşir.

Buna göre, x in kaç olduğunu bulalım.

Çözüm:

Araçlardan birinin hızı v_1 km/sa , diğerinin hızı v_2 km/sa olsun.

Aralarındaki mesafe 600 km olan mesafe olan A ve B kentlerinden aynı anda, sabit hızla birbirine doğru hareket eden iki araç 2,5 saat sonra karşılaştıklarına göre,

$$2,5 \cdot v_1 + 2,5 \cdot v_2 = 600 \Rightarrow 2,5 \cdot (v_1 + v_2) = 600$$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 = 240 \text{ olur.}$$

Bu iki araçtan hızı v_1 km/sa olanın hızı değiştirilmeden, hızı v_2 km/sa olan aracın hızı x km artırıldığında karşılaşma 2 saat sonra gerçekleştiğine göre,

$$2 \cdot v_1 + 2 \cdot (v_2 + x) = 600 \Rightarrow 2 \cdot (v_1 + v_2 + x) = 600$$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 + x = 300$$

$$\Rightarrow 240 + x = 300$$

$$\Rightarrow x = 60 \text{ olur.}$$

Örnek:

570 km lik yolun bir kısmı toprak, bir kısmı asfaltdır. Bu yolda gidecek olan aracın topraktaki ortalama hızı 40 km ve asfalttaki ortalama hızı 90 km dir.

Araç yolun tamamını 8 saatte gittiğine göre, yolun asfalt kısmını kaç saatte gittiğini bulalım.

Çözüm:

Araç yolun asfalt kısmını t saatte giderse toprak kısmını $8 - t$ saatte gider.

Verilenlere göre,

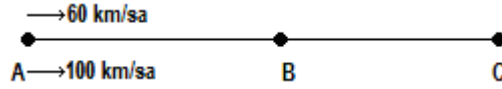
$$40 \cdot (8 - t) + 90 \cdot t = 570$$

$$4 \cdot (8 - t) + 9 \cdot t = 57$$

$$32 - 4 \cdot t + 9 \cdot t = 57$$

$$t = 5 \text{ olur.}$$

Örnek:



Hızları saatte 60 km ve 100 km olan iki araç A kentinden B kentine doğru aynı anda hareket ediyor. Hızlı olan araç B ye varıp hiç durmadan geri dönüyor ve C noktasında diğer araçla karşılaşıyor.

Buna göre, $\frac{|BC|}{|AC|}$ oranını bulalım.

Çözüm:



$$|AC| = x \text{ km}$$

$$|BC| = y \text{ km olsun.}$$

Hızı saatte 60 km olan araç C ye t saatte varsın. Buna göre,

$$x = 60 \cdot t \text{ olur. ... (I)}$$

Hızı saatte 100 km olan araç B ye varıp C ye dönme süresi t saattir.

Buna göre,

$$x + y + y = 100t \Rightarrow x + 2y = 100t \text{ olur. ... (II)}$$

(I) denklemindeki x in değerini (II) denkleminde yerine yazılırsa,

$$60.t + 2y = 100.t \Rightarrow y = 20t \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$\frac{|BC|}{|AC|} = \frac{y}{x} = \frac{20.t}{60.t} = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

Örnek:

A ve B kentleri arasındaki yolun $\frac{1}{4}$ ünde onarım

yapılmaktadır. Yolun düzgün kısmında saatte 3v km hızla giden bir araç, onarım olan kısmında saatte v km hızla gitmiştir.

Bu koşullarda A ile B kentleri arasındaki yolun tamamını 10 saatte giden bu araç, onarım yapılan kısmı kaç saatte gittiğini bulalım.

Çözüm:

Yolun tamamı x km olsun.

Araç, onarım yapılan kısmı t saatte gitsin.

Bu durumda düzgün kısım 10 – t saatte gidilir.

Verilenlere göre,

$$\frac{x}{4} = t.v \text{ olur. ... (I)}$$

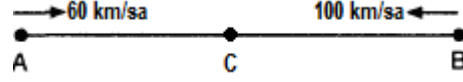
$$\frac{3x}{4} = (10 - t).3v \text{ olur. ... (I)}$$

(I) ve (II) denklemleri taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{\frac{x}{4}}{\frac{3x}{4}} = \frac{t.v}{(10 - t).3v} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t}{(10 - t).3}$$

$$\Rightarrow t = 5 \text{ olur.}$$

Örnek:



Hızı saatte 60 km olan bir hareketli A noktasından, hızı saatte 100 km olan diğer bir hareketli B noktasından birbirlerine doğru aynı anda hareket ediyorlar ve C gibi bir noktada karşılaşıyorlar.

A dan hareket eden, karşılaştıklarından 5 saat sonra B noktasına vardığına göre, A ile B arasının kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:



A dan hareket eden hareketli; B den hareket eden hareketli ile C de karşılaştıktan sonra B ye 5 saatte vardığına göre, B ile C arası:

$$|BC| = 5.60 = 300 \text{ km olur.}$$

B ile C arası 300 km olduğuna göre, B den yola çıkan hareketli B ile C arasını $\frac{300}{100} = 3$ saatte almıştır.

A dan yola çıkan hareketli de A ile C arasını 3 saatte aldığına göre,

$$|AC| = 60.3 = 180 \text{ km olur.}$$

Buna göre,

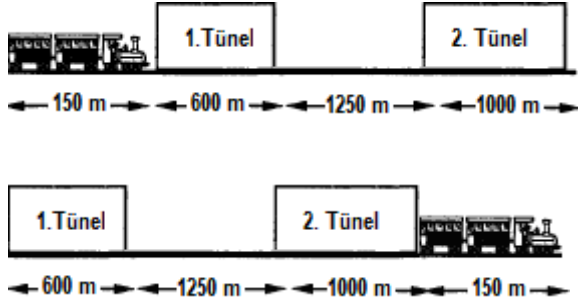
$$|AB| = |AC| + |BC| = 180 + 300 = 480 \text{ km dir.}$$

Örnek:

Uzunlukları sırasıyla 600 m ve 1 km olan iki tünelden, birincinin bitiş noktasıyla ikincinin başlangıç noktası arasındaki uzaklık 1250 m dir.

Uzunluğu 150 m, saatteki hızı 90 km olan bir trenin, birinci tünele girdiği andan kaç dakika sonra ikinci tünelden tamamen çıkacağını bulalım.

Çözüm:



Uzunluğu 150 m olan trenin, 1 tünelden girip 2. tünelden tamamen çıkması için;

1. tünel uzunluğu + İki tünel arasındaki mesafe + 2. tünel uzunluğu + trenin uzunluğu

kadar yol alması gerekir.

$$600m + 1250m + 1000m + 150m = 3000m = 3 \text{ km}$$

3 km yol saatte 90 km hızla,

$$x = v.t \Rightarrow 3 = 90.t \Rightarrow t = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{30} . 60 = 2 \text{ dakikada alınır.}$$

Örnek:

Bir adam kayıkla akıntıya karşı 5 saatte 80 km ilerleyebiliyor. Ulaştığı noktadan başlangıç noktasına 4 saatte dönüyor

Buna göre, akıntının yere göre hızının saatte kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm:



Kayığın hızı: v_k

Akıntının hızı: v_a

Gidiş hızı: $v_k - v_a$

Dönüş hızı: $v_k + v_a$

$x = v.t$ ise $v = \frac{x}{t}$ dir.

80 km lik uzaklık 5 saatte gidildiğine göre,

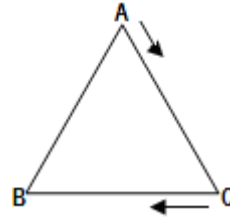
Gidiş hızı = $\frac{80}{5}$ ise $v_k - v_a = 16 \dots (I)$ olur.

80 km lik uzaklık 4 saatte dönüldüğüne göre,

Dönüş hızı = $\frac{80}{4}$ ise $v_k + v_a = 20 \dots (II)$ olur.

(I) ve (II) denklemlerinin ortak çözümünden $v_a = 2$ olur.

Örnek:



Eşkenar üçgen şeklindeki bir koşu pistinin A noktasından hareket eden koşucu aynı noktaya 1 saat sonra, C noktasından hareket eden koşucu aynı noktaya 6 saat sonra gelmektedir.

Aynı anda saat yönünde hareket eden bu iki koşucunun kaç saat sonra ilk kez aynı anda A noktasında olacaklarını bulalım.

Çözüm:

A dan hareket eden koşucu her saat başı (1 saate bir) a noktasında olacaktır.

C den hareket eden koşucu eşkenar üçgenin çevresini 6 saatte koştuğuna göre, her bir kenarı 2 saatte koşar.

Buna göre, koşuya başladıktan;

2 saat sonra;

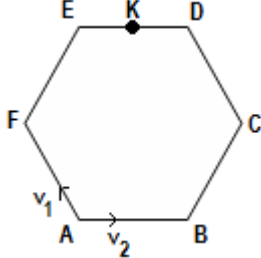
A daki koşucu A ya, C deki koşucu B ye varmıştır.

4 saat sonra;

A dan harekete başlayan koşucu A ya, C den harekete başlayan koşucu A ya varmıştır.

Yani 4 saat sonra sonra iki koşucu ilk kez aynı anda A noktasında olacaklardır.

Örnek:



Şekildeki, düzgün altıgen biçimli ABCDEF koşu pistinin A noktasından iki koşucu aynı anda koşmaya başlıyorlar. Birisi AFEK yolunda v_1 hızıyla, diğeri ABCDK yolunda v_2 hızı ile koşuyorlar. İki

koşucu, t saat sonra K noktasında karşılaşıyorlar.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{7}{11} \text{ olduğuna göre, } \frac{|DK|}{|KE|} \text{ nin kaç olduğunu bulalım.}$$

Çözüm:

Koşucular yola çıktıktan t saat sonra karşılaştıklarına göre ve şekil düzgün altıgen olduğu için,

$$|DK| = x \text{ ve } |KE| = y \text{ alınırsa, } |ED| = x + y \text{ olur.}$$

Verilen şekil düzgün altıgen olduğu için,

$$|AFEK| = 2x + 3y ,$$

$$|ABCDK| = 4x + 3y \text{ olur.}$$

$$|AFEK| = v_1 \cdot t \Rightarrow 2x + 3y = v_1 \cdot t \dots (I)$$

$$|ABCDK| = v_2 \cdot t \Rightarrow 4x + 3y = v_2 \cdot t \dots (II)$$

(I) denklemi (II) denklemine taraf tarafa bölünürse,

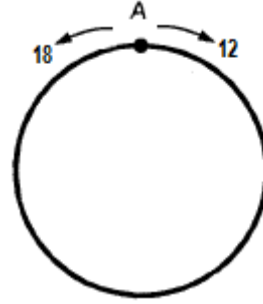
$$\frac{2x + 3y}{4x + 3y} = \frac{v_1 \cdot t}{v_2 \cdot t} \Rightarrow \frac{2x + 3y}{4x + 3y} = \frac{7}{11}$$

$$\Rightarrow 22x + 33y = 28x + 21y$$

$$\Rightarrow 12y = 6x$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{12}{6} = 2 \text{ olur.}$$

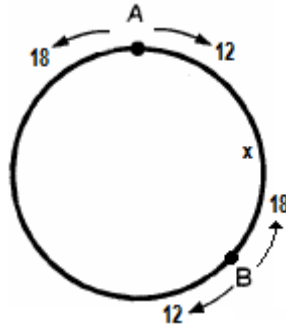
Örnek:



Çevresi 450 m olan dairesel bir pistte aynı noktadan, aynı anda ve zıt yönde harekete başlayan iki koşucunun hızları sırasıyla; 18 m/da ve 12 m/da dır.

Bu iki koşucu ilk kez karşılaştıktan sonra hızlı olan koşucunun kaç dakika sonra tekrar A noktasına varacağını bulalım.

Çözüm:



Koşucular ilk kez B noktasında karşılaşırlar. Aynı anda ve zıt yönde hareket ettiklerinde t_1 dakika sonra B ye geliyorlarsa;

$$450 = (12 + 18) \cdot t_1 \Rightarrow 450 = 30 \cdot t_1$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{450}{30} = 15 \text{ tir.}$$

Yani koşmaya başladıktan 15 dakika sonra B ye varıyorlar.

Bu sürede hızı düşük olan koşucunun aldığı yol x m ise;

$$x = 12 \cdot 15 = 180 \text{ m dir.}$$

Bu yolu hızı yüksek olan koşucunun aldığı süre t_2 ise,

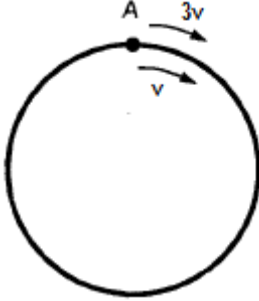
$$180 = 18 \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{180}{18} = 10 \text{ dakika bulunur.}$$

Örnek:

Birinin hızı diğerinin hızının 3 katı olan iki koşucu, bir çembersel pistin başlangıç noktasından aynı anda ve aynı yönde koşmaya başlıyorlar.

Bu iki koşucu, ilk kez, aynı anda pistin başlangıç noktasına geldiklerinde daha hızlı olan koşucunun kaç tur atacağını bulalım.

Çözüm:

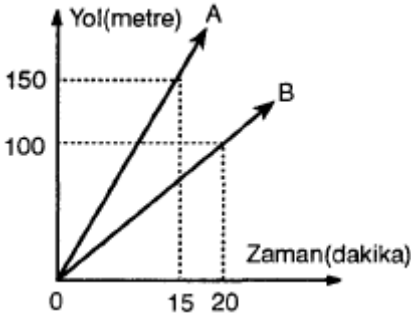


Alınan yol, hız ile doğru orantılıdır.

Bunun için hızı v olan koşucu 1 tur attığında hızı $3v$ olan koşucu 3 tur atar.

Örnek:

Sabit hızla giden A ve B hareketlerinin yol-zaman grafiği aşağıdaki gibidir.



“Bu iki hareketli, çevre uzunluğu 360 metre olan dairesel bir pistte aynı noktadan, aynı anda ve aynı yönde, grafikteki hızlarıyla hareket etseler hareketlerinden kaç dakika sonra ilk kez yan yana gelirler” sorusunu cevaplayalım.

Çözüm:

A hareketlisi 15 dakikada 150 metre yol aldığına göre 1 dakikada $\frac{150}{15} = 10$ metre yol alır.

B hareketlisi 20 dakikada 100 metre yol aldığına göre 1 dakikada $\frac{100}{20} = 5$ metre yol alır.

İki hareketlinin, dairesel bir pist etrafında aynı anda ve aynı yönde harekete başladıktan sonra ilk kez yan yana gelmesi için, hızlı olanın bir tur bindirmesi gerekir.

Pistin çevresi 360 metre olduğuna göre, hareketliler,

$$\frac{360}{10-5} = \frac{360}{5} = 72 \text{ dakika sonra yan yana gelirler.}$$

Kural

Bir hareketlinin aldığı toplam yolun, toplam süreye oranına ortalama hız denir.

$$\text{Ortalama Hız} = \frac{\text{Alınan Toplam Yol}}{\text{Toplam Zaman}}$$

Örnek:

60 km/sa hızla 2 saat, 90 km/sa hızla 3 saat yol alan bir hareketlinin ortalama hızının kaç km/sa olduğunu bulalım.

Çözüm:

$$v_{\text{ort}} = \frac{\text{Toplam Yol}}{\text{Toplam Zaman}} = \frac{60 \cdot 2 + 90 \cdot 3}{2 + 3} = 60 \text{ km/sa}$$

Örnek:

Bir araç bir yolun 540 km lik kısmını 60 km/sa hızla, 420 km lik kısmını da 70 km/sa hızla gidiyor.

Bu aracın yolun tamamındaki ortalama hızı kaç km/sa olduğunu bulalım.

Çözüm:

Ortalama hız için, toplam yol ve toplam süreyi bulalım.

Toplam yol: $540 + 420 = 960$ km dir.

$$540 = 60 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{540}{60} = 9 \text{ saat}$$

$$420 = 70 \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{420}{70} = 6 \text{ saat}$$

Toplam süre: $9 + 6 = 15$ saattir.

$$v_{\text{ort}} = \frac{960}{15} = 64 \text{ km/sa olur}$$

Örnek:

Bir araç A kentinden B kentine 60 km/sa hızla gidip 90 km/sa hızla dönüyor.

Bu aracın gidiş ve dönüşteki ortalama hızının kaç km/sa olduğunu bulalım.

Çözüm:

$$|AB| = x \text{ km olsun.}$$

Bu durumda, toplam yol: $x + x = 2x$ km dir.

$$x = 60.t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{x}{60} \text{ saat}$$

$$x = 90.t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{x}{90} \text{ saattir.}$$

$$\text{Toplam süre: } \frac{x}{60} + \frac{x}{90} = \frac{3x + 2x}{180} = \frac{5x}{180} \text{ saattir.}$$

$$v_{\text{ort}} = \frac{\text{Toplam Yol}}{\text{Toplam Zaman}} = \frac{2x}{\frac{5x}{180}} = 2x \cdot \frac{180}{5x} = 72 \text{ km/sa dir.}$$

Sonuç

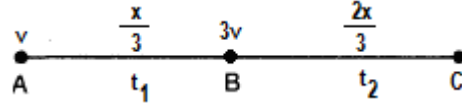
Bir araç A ile B arasında ($|AB| = x$ km); saatte v_1 km hızla gidip v_2 km hızla dönerse gidiş dönüş ortalama hızı,

$$v_{\text{ort}} = \frac{\text{Toplam Yol}}{\text{Toplam Zaman}} = \frac{2x}{\frac{x}{v_1} + \frac{x}{v_2}} = \frac{2.v_1.v_2}{v_1 + v_2} \text{ dir.}$$

Örnek:

Bir hareketli gideceği yolun $\frac{1}{3}$ ünü v hızıyla kanlını da $3v$ hızıyla gidiyor.

Buna göre, hareketlinin ortalama hızını bulalım.

Çözüm:

$$|AB| = \frac{x}{3} \text{ km}$$

$$|BC| = \frac{2x}{3} \text{ km olsun.}$$

Hareketli A ile B arasında t_1 saatte, B ile C arasında t_2 saatte alsın.

Buna göre,

$$\frac{x}{3} = v.t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{x}{3v} \dots (I)$$

$$\frac{2x}{3} = 3v.t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{2x}{9v} \dots (II)$$

$$\text{Ortalama Hiz} = \frac{\text{Alınan Toplam Yol}}{\text{Toplam Zaman}}$$

$$v_{\text{ort}} = \frac{x}{\frac{x}{3v} + \frac{2x}{9v}} = \frac{x}{\frac{3x + 2x}{9v}} = \frac{9v}{5} \text{ km/sa olur.}$$

Çözümlü Sorular

1. Hızları sırasıyla saatte $8v$ ve $6v$ olan iki hareketli aynı anda A ve B şehirlerinden birbirine doğru harekete başlıyor ve 4 saat sonra karşılaşıyor.

A şehirden hareket eden aracın hızı $4v$, B şehirden hareket eden aracın hızı $3v$ olsaydı iki araç hareketlerinden kaç saat sonra karşılaşırdı?

Çözüm:

Hızları sırasıyla saatte $8v$ ve $6v$ olan iki hareketli aynı anda A ve B şehirlerinden birbirine doğru harekete başlıyor ve 4 saat sonra karşılaştıklarına göre, A şehri ile B şehri arası,

$$|AB| = 4.(8v + 6v) = 56v \text{ olur.}$$

A şehrinden hareket eden aracın hızı $4v$, B şehrinden hareket eden aracın hızı $3v$ olmak üzere hareketliler t saat sonra karşılaşırlar. Buna göre,

$$|AB| = t.(4v + 3v) \Rightarrow 56v = t.7v \Rightarrow t = 8 \text{ bulunur.}$$

2. M kentinden N kentine $3v$ km/sa hızla giden bir araç, N kentinden M kentine $4v$ km/sa hızla geri dönmüştür.

Bu aracın bu yolda gidiş dönüşü 14 saat sürdüğüne göre, M kentinden N kentine kaç saatte gitmiştir?

Çözüm:

Araç M kentinden N kentine t saatte gitmiş olsun. Buna göre, N kentinden M kentine $14 - t$ saatte dönmüştür.

Bu durumda,

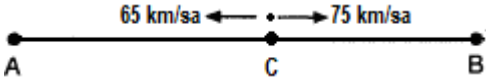
$$|MN| = 3v.t \dots (I)$$

$$|NM| = 4v.(14 - t) \dots (II) \text{ olur.}$$

$$|MN| = |NM| \text{ olduğundan,}$$

$$4v.(14 - t) = 3v.t \Rightarrow t = 8 \text{ olur.}$$

- 3.



C noktasından aynı anda A ile B ye harekete başlayan iki hareketliden B ye giden, 65 km/sa hızla giden hareketlinin A ya gitmesinden 3 saat önce B ye gidiyor.

A ile B arası 755 km olduğuna göre, B ile C arası kaç km dir?

Çözüm:

B ye giden hareketli B ye t saatte gidiyorsa, A ya giden hareketli A ya $t + 3$ saatte gider.

$$75t + 65.(t + 3) = 755 \Rightarrow 75t + 65t + 195 = 755$$

$$\Rightarrow 140t = 560$$

$$\Rightarrow t = 4 \text{ olur.}$$

Buna göre,

$$|BC| = 4.75 = 300 \text{ km olur.}$$

4. Bir aracın hareketinden a saat sonra deposunda kalan benzin miktarı b litre olmak üzere, $b + 3a = 32$ bağıntısı ile tanımlıdır.

72 km/sa hızla giden bu aracın deposunda kalan benzin miktarı 14 litre olduğuna göre, aldığı yol kaç km dir?

Çözüm:

Aracın deposunda kalan benzin miktarı 14 litre olduğuna göre, $b = 14$ tür.

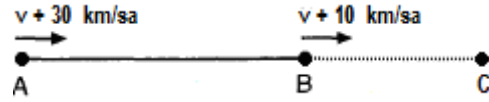
Buna göre, bu aracın hareket süresi,

$$b + 3a = 32 \Rightarrow 14 + 3a = 32 \Rightarrow a = 6 \text{ dır.}$$

Bu araç 72 km/sa hızla 6 saat gittiğine göre, aldığı yol,

$$6.72 = 432 \text{ km olur.}$$

- 5.



İki otobüs A ve B noktalarından aynı anda ve aynı yönde hareket ediyorlar. A dan hareket edenin hızı $v + 30$ km/sa, B den hareket edenin hızı $v + 10$ km/sa dır.

A dan hareket eden 4 saat sonra diğerine C noktasında yetiştiğine göre, A ile B arası kaç km dir?

Çözüm:

Verilenlere göre,

$$|AC| = 4.(v + 30)$$

$$|BC| = 4.(v + 10) \text{ dur.}$$

Buna göre,

$$|AC| = |AB| + |BC|$$

$$4.(v + 30) = |AB| + 4.(v + 10)$$

$$4v + 120 = |AB| + 4v + 40$$

$$|AB| = 80 \text{ km dir.}$$

6. Bir otobüs A kentinden B kentine 8 saatte, bir minibüs B kentinden A kentine 10 saatte gitmektedir. Otobüs A kentinden, minibüs B kentinden aynı anda birbirlerine doğru harekete başlıyor.

Kaç saat sonra karşılaşırlar?

Çözüm:

Otobüsün hızı a km/sa, minibüsün hızı b km/sa olsun.

Buna göre,

$$|AB| = 8a = 10b \dots (I) \text{ olur.}$$

$$8a = 10b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{4} \text{ tür. } \dots (II)$$

İki hareketli t saat sonra karşılaşırlar. Bu durumda, iki hareketlinin alacağı yolların toplamı

$$|AB| = a.t + b.t \text{ olur. } \dots (III)$$

(I) ve (III) eşitliklerinin sol tarafları eşit olduğuna göre,

$$8a = a.t + b.t \Rightarrow 8a - a.t = b.t$$

$$\Rightarrow a.(8 - t) = b.t$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{t}{8 - t} \text{ olur. } \dots (IV)$$

(II) ve (IV) eşitliklerinin sol taraflarının eşitliğinden,

$$\frac{5}{4} = \frac{t}{8 - t} \Rightarrow 4t = 40 - 5t \Rightarrow 9t = 40$$

$$\Rightarrow t = \frac{40}{9} \text{ olur.}$$

7. Bir hareketli, belli bir yolu saatte ortalama v km hızla a saatte almıştır.

Hareketli, ortalama hızını saatte 10 km artırırsa bu yolun 2 katını kaç saatte alır?

Çözüm:

Yolun uzunluğu A km olsun.

Hareketli A km lik yolu saatte v km hızla a saatte alırsa:

$$A = a.v \text{ olur. } \dots (I)$$

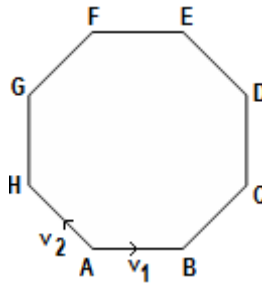
Hareketli bu yolun 2 katını saatte a + 20 km hızla t saatte alırsa:

$$2A = (a + 20).t \text{ olur. } \dots (II)$$

(I) denklemini (II) denklemine taraf tarafa bölersek,

$$\frac{A}{2A} = \frac{a.v}{(a + 20).t} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{a.v}{(a + 20).t} \Rightarrow t = \frac{2.a.v}{a + 20} \text{ olur.}$$

- 8.

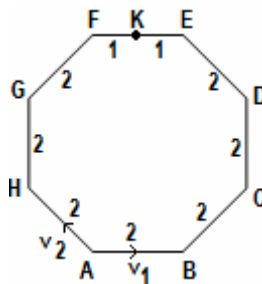


İki yarışmacı, şekildeki A noktasından aynı anda koşuya başlıyor. Biri AB yönünde v_1 hızı ile, diğeri AH yönünde v_2 hızı ile, düzgün sekizgenin çevresinde koşuyorlar.

İki yarışmacı, ilk kez FE nin orta noktasında karşılaştığına

göre, $\frac{v_2}{v_1}$ oranı kaçtır?

Çözüm:



Düzgün sekizgenin bir kenarı 2 birim olsun. Ve A noktasından aynı anda hareket eden koşucular t saat sonra K noktasında karşılaşırlar. Bu durumda v_1 hızı ile hareket eden yarışmacı 9 birim, v_2 hızı ile hareket eden yarışmacı 7 birim yol alır.

Buna göre,

$$9 = v_1 \cdot t \dots (I)$$

$$7 = v_2 \cdot t \dots (II) \text{ olur.}$$

Birinci denklem ikinci denkleme taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{9}{7} = \frac{v_1 \cdot t}{v_2 \cdot t} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{9}{7} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{7}{9} \text{ olur.}$$

9. Bir hareketli A noktasından B noktasına otobüs ile giderse, minibüs ile gittiği sürenin $\frac{2}{3}$ ü kadar sürede varabiliyor.

A noktası ile B noktası arasındaki uzaklık 600 km, otobüsünü saatteki hızı minibüsün saatteki hızından 20 km fazla olduğuna göre, minibüsün hızı saatte kaç km dir?

Çözüm:

Minibüsün saatteki hızı v_m , otobüsün saatteki hızı v_o olsun.

Otobüsün saatteki hızı minibüsün saatteki hızından 20 km fazla olduğuna göre,

$$v_o = v_m + 20 \text{ dir.}$$

Minibüsün A noktasından B noktasına varış süresi t ise, otobüsün varış süresi $\frac{2t}{3}$ olacaktır. Buna göre,

$$v_m \cdot t = 600 \dots (I)$$

$$v_o \cdot \frac{2t}{3} = 600 \dots (II)$$

(I) ve (II) denklemlerinin sağ tarafları eşit olduğu için sol tarafları da eşittir.

$$v_m \cdot t = v_o \cdot \frac{2t}{3} \Rightarrow v_m = v_o \cdot \frac{2}{3}$$

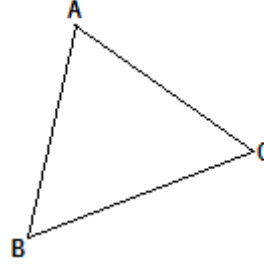
$$\Rightarrow v_m = (v_m + 20) \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3 \cdot v_m = 2 \cdot v_m + 40$$

$$\Rightarrow v_m = 40 \text{ olur.}$$

10.

A noktasından B noktasına ve C noktasına uğrayıp en kısa yoldan tekrar A noktasına dönecek olan bir hareketli sabit bir hızla harekete başlıyor. B ile C arasında hızını iki katına çıkarıyor. Daha sonra C ile A arasında hızını başlangıçtaki hızına getiriyor.



$$|AB| = 120 \text{ km}$$

$$|BC| = 140 \text{ km}$$

$$|AC| = 100 \text{ km dir.}$$

Hareketli yolun tamamını 5 saatte aldığına göre, hareketlinin başlangıçtaki hızı saatte kaç km dir?

Çözüm:

Hareketlinin başlangıçtaki hızı saatte v km olsun. Bu durumda B ile C arasında hızı saatte $2v$ km, C ile A arasında v km olacaktır.

$$\frac{|AB|}{v} + \frac{|BC|}{2v} + \frac{|CA|}{v} = 5$$

$$\frac{120}{v} + \frac{140}{2v} + \frac{100}{v} = 5$$

$$\frac{120}{v} + \frac{70}{v} + \frac{100}{v} = 5$$

$$\frac{290}{v} = 5 \Rightarrow v = \frac{290}{5} = 58 \text{ olur.}$$

11. Bir hareketli bir yolun $\frac{1}{2}$ sini 20 km/saat hızla, $\frac{1}{3}$ ünü 40 km/saat hızla, kalan yolu 30 km/saat hızla alıyor.

Bu aracın tüm yol boyunca ortalama hızı kaç km/saat tir?

Çözüm:

Yolun tamamı 6a km olsun.

Yolun $\frac{1}{2}$ si 3a km, $\frac{1}{3}$ ü 2a km ve kalan yol a km dir.

Buna göre,

$$3a = 20.t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{3a}{20} \text{ dir.}$$

$$2a = 40.t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{2a}{40} \text{ tir.}$$

$$a = 30.t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{a}{30} \text{ dur.}$$

Buna göre,

$$v_{\text{ort}} = \frac{\text{Toplam Yol}}{\text{Toplam Zaman}} = \frac{6a}{\frac{3a}{20} + \frac{2a}{40} + \frac{a}{30}} = \frac{6a}{\frac{28a}{120}} = \frac{6a}{28a} \cdot 120 = \frac{180}{7} \text{ olur.}$$

12. 400 metrelik bir koşuda birinci gelen atlet koşuyu, ikinci gelen atletten 20 metre, üçüncü gelen atletten de 39 metre önde bitirmiştir.

Buna göre, ikinci gelen atlet koşuyu üçüncüden kaç metre önde bitirecektir?

Çözüm:

1. Durum

İkinci atlet 400 – 20 = 380 metre gittiğinde,

Üçüncü gelen atlet 400 – 39 = 361 metre yol gitmiştir.

2. Durum

İkinci gelen atlet koşuyu bitirmek için 20 metre gittiğinde, üçüncü gelen atlet y metre yol gitmiş olsun.

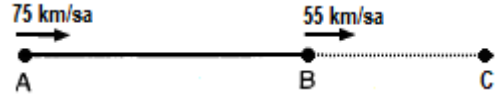
Buradan,

2. Atletin aldığı yol	3. Atletin aldığı yol
380 metre	361 metre ise
20 metre	y metre dir.
Doğru Orantı	

$$380.y = 361.20 \Rightarrow y = 19 \text{ dur.}$$

1. Durumda üçüncü gelen atletin yarışmayı bitirmesine 19 metre kalmıştı. 2. Durumda 19 metre gittiğine göre, ikinci gelen atlet yarışı bitirdiğine göre üçüncü gelen atletin yarışı bitirmesine 38 – 19 = 19 metre kalır.

13.



A ve B den aynı anda ve aynı yönde hareket eden iki aracın hızları sırasıyla 75 km/sa ve 55 km/sa dir.

İki araç aynı anda C noktasına vardıklarına göre

$$\frac{|AC| + |BC|}{|AB|} \text{ oranı kaçtır?}$$

Çözüm:

Hareketliler harekete geçtikten t saat sonra aynı anda C ye varırlar.

Buna göre,

$$|AC| = 75.t \text{ dir. ... (I)}$$

$$|BC| = 55.t \text{ dir. ... (II)}$$

(I) ve (II) den,

$$|AB| + |BC| = |AC| \Rightarrow |AB| = 75.t - 55.t$$

$$\Rightarrow |AB| = 20.t \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$\frac{|AC| + |BC|}{|AB|} = \frac{75.t + 55.t}{20.t} = \frac{130.t}{20.t} = \frac{13}{2} \text{ bulunur.}$$

14. Bir hareketlinin a km uzunluğundaki bir yolu t saatte alması isteniyor.

Hareketli yolun $\frac{3}{5}$ ini $\frac{2.t}{3}$ saatte aldığına göre, yolu zamanında tamamlayabilmesi için geri kalan yolda hızını kaç katına çıkarmalıdır?

Çözüm:

Hareketli yolun $\frac{3}{5}$ ini v hızıyla $\frac{2.t}{3}$ saatte alırsa, yolun kalan $\frac{2}{5}$ ini $\frac{t}{3}$ saatte alması gerekir.

Buna göre, hareketli son durumda hızını x katına çıkarsın.

Bu durumda

$$\frac{3.a}{5} = v \cdot \frac{2.t}{3} \dots (I)$$

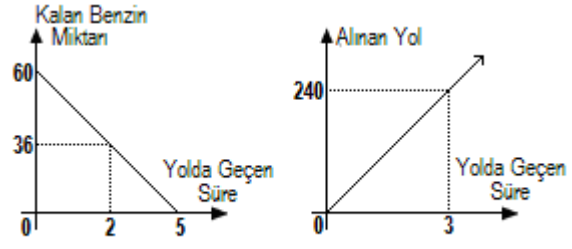
$$\frac{2.a}{5} = x.v \cdot \frac{t}{3} \dots (II) \text{ olur.}$$

(I) numaralı denklem (II) numaralı denkleme taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{\frac{3.a}{5}}{\frac{2.a}{5}} = \frac{v \cdot \frac{2.t}{3}}{x.v \cdot \frac{t}{3}} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{4}{3} \text{ olur.}$$

15. Sabit hızla hareket eden bir aracın, yolda geçen süreye göre deposunda kalan benzin miktarı şekil I deki grafikte, aynı aracın yolda geçen süreye göre aldığı yol miktarı şekil II deki grafikte gösterilmiştir.

Aracın deposunda 12 litre benzin kaldığında, aracın aldığı yol kaç km dir?



Çözüm:

5 saatin sonunda aracın deposunda kalan benzin miktarı 0 olduğuna göre, araç 60 litre benzin ile 5 saat gidebilmektedir. Yani her saatte,

$$\frac{60}{5} = 12 \text{ litre benzin yakmaktadır.}$$

Son durumda, aracın deposunda 12 litre benzin kaldığına göre, aracın hareket süresi,

$$\frac{60 - 12}{5} = \frac{48}{12} = 4 \text{ saattir.}$$

Şekil II ye göre araç 3 saatte 240 km yol almaktadır. Buna göre araç 1 saatte,

$$\frac{240}{3} = 80 \text{ km yol alır.}$$

Aracın hareket süresi 4 saat olduğuna göre, aldığı yol,

$$4.80 = 320 \text{ km dir.}$$

16. Hızları sırasıyla v_1 , v_2 , $2.v_1 - v_2$ olan üç araçtan

birincinin t saatte aldığı yol a km, ikincinin $\frac{2t}{3}$ saatte aldığı yol b km dir.

Buna göre üçüncünün t saatte aldığı yol kaç km dir.?

Çözüm:

Hızı v_1 olan aracın t saatte aldığı yol a ise,

$$a = v_1 \cdot t \text{ dir. } \dots (I)$$

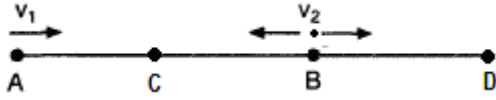
Hızı v_2 olan aracın $\frac{2t}{3}$ saatte aldığı yol b ise,

$$b = v_2 \cdot \frac{2t}{3} \Rightarrow v_2 \cdot t = \frac{3b}{2} \text{ dir. ... (II)}$$

Hızı $2v_1 - v_2$ olan aracın t saatte aldığı yol,

$$(2v_1 - v_2) \cdot t = 2v_1 \cdot t - v_2 \cdot t \\ = 2a - \frac{3b}{2} = \frac{4a - 3b}{2} \text{ km dir.}$$

17.



A ve B kentlerinden saatteki hızları sırasıyla v_1 ve v_2 olan iki araç bir birine doğru aynı anda hareket ederlerse $\frac{3}{2}$ saat sonra C noktasında karşılaşıyorlar. Bu araçlar aynı kentlerden aynı yönde hareket ederlerse hızlı giden araç $\frac{27}{4}$ saat sonra D noktasında diğerine yetişiyor.

Buna göre, $\frac{v_1}{v_2}$ oranı kaçtır?

Çözüm:

v_1 ve v_2 hareketlileri bir birine doğru hareket ederek $\frac{3}{2}$ saat sonra C noktasında karşılaştığına göre,

$$|AB| = \frac{3}{2} \cdot (v_1 + v_2) \text{ dir. ... (I)}$$

Hareketliler aynı yönde hareket ettiklerinde lerce hızlı giden araç $\frac{27}{4}$ saat sonra D noktasında diğerine yetiştiğine göre,

$$|AB| = \frac{27}{4} \cdot (v_1 - v_2) \text{ dir. ... (II)}$$

(I) ve (II) eşitliklerinin sol tarafları eşit olduğuna göre, eşitliklerin sağ tarafları da birbirine eşittir.

Buna göre,

$$\frac{3}{2} \cdot (v_1 + v_2) = \frac{27}{4} \cdot (v_1 - v_2)$$

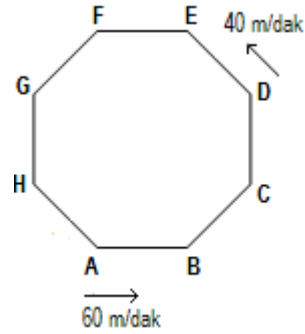
$$v_1 + v_2 = \frac{9}{2} \cdot (v_1 - v_2)$$

$$2v_1 + 2v_2 = 9v_1 - 9v_2$$

$$11v_2 = 7v_1$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{11}{7} \text{ olur.}$$

18.



Çevresi 1600 metre olan düzgün sekizgen şeklindeki bir pist üzerinde iki hareketli aynı anda biri A noktasından, diğeri D noktasından okların yönünde hareket ediyorlar. A dakinin ortalama hızı dakikada 60 metre, D dekinin ortalama hızı dakikada 40 metredir.

Buna göre, A daki hareketli D deki hareketliye hangi noktada yetişir?

Çözüm:

Çevresi 1600 metre olan düzgün sekizgen şeklindeki bir pistte her bir kenarın uzunluğu $1600 : 8 = 200$ metredir.

Hareketliler arasındaki hız farkı,

$$60 \text{ m/dakika} - 40 \text{ m/dakika} = 20 \text{ m/dakika dir.}$$

Buna göre, A dan harekete başlayan hareketli her 1 dakikada D den harekete başlayan hareketliye 20 metre yaklaşır.

Başlangıçta iki hareketli arasındaki uzaklık,

$$3.200 = 600 \text{ metredir.}$$

1 dakikada 20 metre yaklaşan A daki hareketli, 600 metre uzaklıkta bulunan D deki hareketliye $\frac{600}{20} = 30$ dakika sonra yetişir.

30 dakika sonra A daki hareketli,

$$30.60 = 1800 \text{ metre yol alır.}$$

1800 = 1600 + 200 olduğuna göre, 1800 metre yol alan A daki hareketli A noktasından 200 metre ileride olacaktır. A noktasından 200 metre ileride olan B noktası olduğuna göre, A daki hareketli D deki hareketliye B noktasında yetişecektir.

19. Bir araç K şehrinden L şehrine 60 km/saat hızla a saatte gidebilmektedir. Araç K şehri ile L şehri arasındaki yolun yarısını 40 km/saat hızla, diğer yarısını 90 km/saat hızla gidiyor.

Bu araç K şehrinden hareketinden a + 1 saat sonra L şehrine vardığına göre, a kaçtır?

Çözüm:

Araç 60 km/saat hızla K şehrinden L şehrine a saatte gidebildiğine göre,

$$\frac{|KL|}{60} = a \text{ olur. ... (I)}$$

Araç K şehri ile L şehri arasındaki yolun yarısını 40 km/saat hızla, diğer yarısını 90 km/saat hızla (K şehrinden hareketinden a + 1 saat sonra) tamamladığına göre,

$$\begin{aligned} \frac{|KL|}{40} + \frac{|KL|}{90} &= a + 1 \Rightarrow \frac{|KL|}{80} + \frac{|KL|}{180} = \frac{|KL|}{60} + 1 \\ &\Rightarrow \frac{9|KL| + 4|KL| - 12|KL|}{720} = 1 \\ &\Rightarrow \frac{|KL|}{720} = 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |KL| = 720 \text{ olur.}$$

$|KL|$ nin bu değerini (I) denkleminde yerine yazarsak,

$$\frac{|KL|}{60} = a \Rightarrow a = \frac{720}{60} = 12 \text{ olur.}$$

20. Bir hareketli a km lik yolun birinci yarısını saatte 3v km hızla, ikinci yarısını saatte 2v km hızla giderek toplam 150 dakikada tamamlıyor.

Bir başka hareketli, bu yolun tamamını saatte 6v km hızla kaç dakikada tamamlar?

Çözüm:

Hareketli a km lik yolun birinci yarısını saatte 3v km hızla t saatte gitsin. Buna göre,

$$\frac{a}{2} = 3v.t \Rightarrow a = 6v.t \text{ olur. ... (I)}$$

Hareketli bu yolu toplam 150 dakikada (2,5 saatte) tamamladığına göre, yolun diğer yarısını 2,5 - t saatte alır.

$$\frac{a}{2} = 2v.(2,5 - t) \Rightarrow a = 4v.(2,5 - t) \text{ olur. ... (II)}$$

(I) ile (II) deki eşitliklerin sol tarafları eşit olduğundan, sağ tarafları da eşittir. Bu durumda,

$$6v.t = 4v.(2,5 - t) \Rightarrow 6t = 10 - 4t$$

$$\Rightarrow t = 1 \text{ olur.}$$

Buna göre, yolun uzunluğu,

$$a = 6v.t = 6v.1 = 6v \text{ dir.}$$

Bir başka hareketli, bu yolun tamamını saatte 6v km hızla b saatte alsın. Buna göre

$$a = 6v.b \Rightarrow 6v = 6v.b \Rightarrow b = 1 \text{ olur.}$$

Buna göre, diğer hareketli bu yolun tamamını saatte 6v km hızla 1 saatte yani 60 dakikada alır.

21. İki hareketli aynı anda A kentinden B kentine doğru harekete başlıyor. 12 saat sonra hareketlilerden biri yolun $\frac{3}{4}$ ünü, diğeri yolun $\frac{2}{3}$ ünü tamamlıyor.

Birinci hareketli B kentine vardığı anda ikinci hareketlinin B kentine uzaklığı 140 km olduğuna göre, A kenti ile B kenti arasındaki uzaklık kaç km dir?

Çözüm:

Birinci hareketli yolun $\frac{3}{4}$ ünü 12 saatte tamamladığına göre, yolun tamamını, 16 saatte tamamlar.

İkinci hareketli yolun $\frac{2}{3}$ ünü 12 saatte tamamladığına göre, yolun tamamını, 18 saatte tamamlar.

Buna göre, birinci hareketli B kentine,

$$18 - 16 = 2 \text{ saat önce varır.}$$

Birinci hareketli B kentine vardığı anda ikinci hareketlinin B kentine uzaklığı 140 km olduğuna ve ikinci hareketli bu yolu 12 saatte aldığına göre, ikinci hareketli saatte,

$$\frac{140}{2} = 70 \text{ km yola alır.}$$

İkinci hareketli saatte 70 km hızla bu yolu 18 saatte aldığına göre, A kenti ile B kenti arasındaki uzaklık,

$$18 \cdot 70 = 1260 \text{ km olur.}$$

22. A ve B kentleri arasındaki yolun $\frac{2}{7}$ si topraktır. Yolun toprak olmayan kısmında saatte $2v$ km hızla giden bir araç, toprak olan kısmında saatte $\frac{3v}{5}$ km hızla gitmiştir.

Bu koşullarda A ile B kentleri arasındaki yolun tamamını 7 saatte giden bu otobüs, yolun asfalt kısmını kaç saatte gitmiştir?

Çözüm:

Yolun tümü $7x$ olsun. Bu durumda, asfalt kısmı $5x$ km, toprak kısmı $2x$ km dir.

Otobüs yolun asfalt kısmını t saatte gitmiş olsun. Bu durumda toprak kısmını $7 - t$ saatte gider. Verilenlere göre,

$$5x = 2v \cdot t \dots (I)$$

$$2x = \frac{3v}{5} \cdot (7 - t) \Rightarrow x = \frac{3}{10} \cdot (7 - t) \text{ olur. } \dots (II)$$

(II) da bulduğumuz x in eşitini (I) de yerine yazarsak,

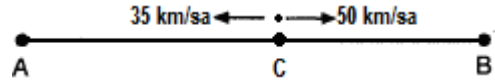
$$5x = 2v \cdot t \Rightarrow 5 \cdot \frac{3v}{10} \cdot (7 - t) = 2v \cdot t$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \cdot (7 - t) = 2 \cdot t$$

$$\Rightarrow 21 - 3t = 4t$$

$$\Rightarrow t = 3 \text{ olur.}$$

23.



A ile B noktası arasındaki uzaklık 170 km dir. C noktasından iki hareketli ters yönde 35 km/sa ve 50 km/sa hızlarıyla aynı anda harekete başlıyorlar.

Hızı fazla olan hareketli B noktasına gidip hiç durmadan geri dönerek A noktasında diğeri hareketliye t saatte yetiştiğine göre, t kaçtır?

Çözüm:

A noktası ile B noktası arasındaki uzaklık 170 km olduğuna göre,

$$|AC| = a \text{ km ise } |CB| = 170 - a \text{ km olur.}$$

İki hareketli gittikleri yolu aynı sürede aldığına göre,

$$\frac{|AC|}{35} = \frac{|CB| + |BA|}{50} \Rightarrow \frac{a}{35} = \frac{170 - a + 170}{50}$$

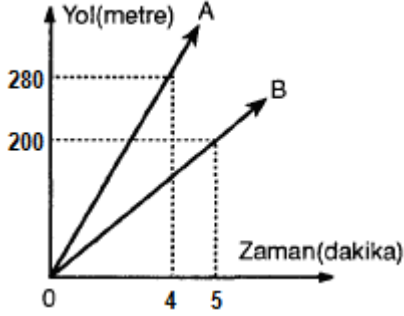
$$\Rightarrow \frac{a}{7} = \frac{340 - a}{10}$$

$$\Rightarrow a = 140 \text{ olur.}$$

Hızı az olan hareketli 140 km lik yolu 35 km/saat hızla t saatte aldığına göre,

$$\Rightarrow t = \frac{140}{35} = 4 \text{ bulunur.}$$

24.



Yukarıda sırasıyla M ve N noktalarından, aynı anda birbirlerine doğru harekete başlayan A ve B araçlarının yol-zaman grafiği verilmiştir. M ile N noktası arasındaki uzaklık 600 km dir.

Harekete başladıktan 4 saat sonra bu iki hareketli arasındaki uzaklık kaç km olur?

Çözüm:

Şekilde verilenlere göre;

$$\text{A aracının ortalama hızı } \frac{280}{4} = 70 \text{ kilometredir.}$$

4 saatte, A aracı $4 \cdot 70 = 280$ km yol alır.

$$\text{B aracının ortalama hızı } \frac{200}{5} = 40 \text{ kilometredir.}$$

4 saatte, B aracı $4 \cdot 40 = 160$ km yol alır.

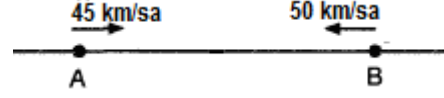
4 saatte, A ile B nin aldıkları toplam yol $280 + 160 = 440$ km olur.

Buna göre,

4. saatin sonunda, iki araç arasındaki uzaklık;

$$600 - 440 = 160 \text{ km olur.}$$

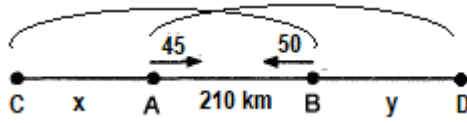
25.



Aralarında 210 km uzaklık bulunan hareketliler 45 km/sa ve 50 km/sa hızlarla, aynı anda birbirine doğru harekete başlıyor.

6 saat sonra, iki hareketli arasındaki uzaklık kaç km dir?

Çözüm:



6 saat sonra

A dan hareket eden D ye,

B den hareket eden C ye ulaşsın.

Şemada ifade edilenlere göre,

$$|AD| = 45 \cdot 6$$

$$210 + y = 270 \Rightarrow y = 60 \text{ km dir.}$$

$$|BC| = 50 \cdot 6$$

$$210 + x = 300 \Rightarrow x = 90 \text{ km dir.}$$

Buna göre, iki hareketli arasındaki uzaklık,

$$\begin{aligned} |CD| &= |CA| + |AB| + |BD| = x + 210 + y \\ &= 90 + 210 + 60 \\ &= 360 \text{ km dir.} \end{aligned}$$

26. Çevresi 1500 metre olan çembersel bir pistin başlangıç noktasından aynı anda ve aynı yönde iki atlet koşmaya başlıyor.

Koşuculardan birinin dakikadaki hızı 200 metre, diğerinin dakikadaki hızı 300 metre olduğuna göre, koşucuların hareketinden 16 dakika sonra aralarındaki uzaklık hangisi olabilir?

Çözüm:

Dakikada 200 metre hızla koşan koşucunun 16 dakikada aldığı yol:

$$16.200 = 3200 = 1500 + 200 \text{ m olur.}$$

Dakikada 300 m hızla koşan koşucunun 16 dakikada aldığı yol:

$$16.300 = 4800 = 1500 + 300 \text{ m olur.}$$

Buna göre, 1. koşucu başlangıç noktasını 200 metre, 2. koşucu başlangıç noktasını 300 metre geçmiştir.

Bu durumda aralarındaki uzaklık,

$300 - 200 = 100$ metre veya $1500 - 100 = 1400$ metre olabilir.

27. Bir yolun $\frac{3}{4}$ ünü 60 km/saat hızla alan bir araç yolun kalan kısmını kaç km /saat hızla almalıdır ki, tüm yol boyunca ortalama hızı 48 km/saat olsun?

Çözüm:

Yolun tamamı $4a$ km olsun.

$$\text{Yolun } \frac{3}{4} \text{ ü: } \frac{3}{4} \cdot 4a = 3a \text{ km dir.}$$

$$3a = 60 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{3a}{60} = \frac{a}{20} \text{ dir.}$$

Araçın yolun kalan kısmında hızı v km/saat olsun.

$$\text{Yolun } \frac{1}{4} \text{ ü: } \frac{1}{4} \cdot 4a = a \text{ km dir.}$$

$$a = v \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{a}{v} \text{ dir.}$$

Buna göre,

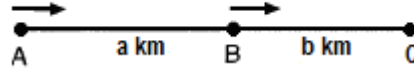
$$v_{\text{ort}} = \frac{4a}{t_1 + t_2} \Rightarrow 48 = \frac{4a}{\frac{a}{20} + \frac{a}{v}} \Rightarrow 48 = \frac{4}{\frac{1}{20} + \frac{1}{v}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{20} + \frac{1}{v} = \frac{4}{48}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{12} - \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow v = \frac{60}{5 - 3} = 30 \text{ olur.}$$

28.



Bir hareketli; A ile B arasını 50 km/saat, B ile C arasını 60 km/saat hızla alırsa A dan C ye p saatte gidiyor. Bu hareketli; A ile B arasını 60 km/saat, B ile C arasını 50 km/saat hızla alırsa A dan C ye $p + 1$ saatte gidiyor.

$|AB| = a$ km, $|BC| = b$ km olduğuna göre, $b - a$ kaçtır?

Çözüm:

Hareketli; A ile B arasını 50 km/saat, B ile C arasını 60 km/saat hızla alırsa A dan C ye p saatte gittiğine göre,

$$\frac{a}{50} + \frac{b}{60} = p \text{ dir. ... (I)}$$

Bu hareketli A ile B arasını 60 km/saat, B ile C arasını 50 km/saat hızla alırsa A dan C ye $p + 1$ saatte gittiğine göre,

$$\frac{a}{60} + \frac{b}{50} = p + 1 \text{ dir. ... (II)}$$

(I) numaralı denklemdeki p nin değeri (II) numaralı denklemde yerine yazılırsa,

$$\frac{a}{60} + \frac{b}{50} = p + 1 \Rightarrow \frac{a}{60} + \frac{b}{50} = \frac{a}{50} + \frac{b}{60} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{5a + 6b - 6a - 5b}{300} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{b - a}{300} = 1$$

$$\Rightarrow b - a = 300 \text{ olur.}$$

29. Bir araç saatte $v + 10$ kilometre hızla giderse bir yolu 3 saatte, eğer saatte $v - 10$ kilometre hızla giderse aynı yolu 3 saat 40 dakikada alıyor.

Buna göre, v kaçtır?

Çözüm:

$$40 \text{ dakika} = \frac{2}{3} \text{ saat olduğuna göre,}$$

$$3 \text{ saat } 40 \text{ dakika} = 3 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3} \text{ saat olur.}$$

Araçın gideceği yolun uzunluğu her iki durumda da aynı olacağı için,

$$(v + 10) \cdot 3 = (v - 10) \cdot \frac{11}{3}$$

$$(v + 10) \cdot 9 = (v - 10) \cdot 11$$

$$9v + 90 = 11v - 110$$

$$v = 100 \text{ olur.}$$

30. Saatteki hızı 60 km olan otomobil saat 08:00 de, saatteki hızı 65 km olan ikinci otomobil de aynı gün saat 09:00 da aynı yerden ve aynı yöne doğru harekete geçiyor.

Buna göre, ikinci otomobil, birincisine kaç saat sonra yetişir?

Çözüm:

Saat 08:00 de hareket eden otomobil diğerinden $9 - 8 = 1$ saat önce hareket ediyor.

Birinci otomobil 1 saatte $1 \cdot 60 = 60$ km yol alır.

Bu durumda saat 09:00 da otomobillerin arasında 60 km mesafe vardır.

Hızlı olan otomobilin diğerini yakalama süresi t saat olsun.

Verilenlere göre,

$$60 = (65 - 60) \cdot t \Rightarrow t = 12 \text{ olur.}$$

31. Hızları 42 km/saat ve 48 km/saat olan iki tren karşılıklı olarak birbirlerine doğru hareket halindedir.

Bu iki tren birbirlerini 2 saniyede geçtiklerine göre, iki trenin uzunlukları toplamı kaç metredir?

Çözüm:

Trenlerin uzunlukları a metre ve b metre olsun.

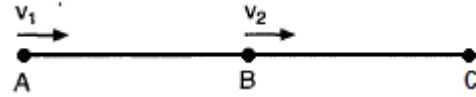
Bu trenlerin 2 saniyede aldıkları yolların toplamı iki trenin uzunlukları toplamına eşittir.

Buna göre,

$$a + b = 42 \cdot \frac{2}{3600} + 48 \cdot \frac{2}{3600} = 90 \cdot \frac{1}{1800}$$

$$= \frac{1}{20} = 0,05 \text{ km} = 50 \text{ metre}$$

- 32.



A ve B noktalarından aynı anda, aynı yönde harekete başlayan iki araç aynı anda C noktasına varıyor.

$$3 \cdot |AB| = 5 \cdot |BC|$$

olduğuna göre, $\frac{v_1}{v_2}$ oranı kaçtır?

Çözüm:

$$|AB| = 5a \text{ ise } |BC| = 3a \text{ olur.}$$

İki araç da aynı anda C noktasına varıyor. Buna göre, A'daki harekete başlayan aracın aldığı yol,

$$|AC| = v_1 \cdot t = 5a + 3a = 8a \text{ olur ... (I)}$$

B'deki harekete başlayan aracın aldığı yol,

$$|BC| = v_2 \cdot t = 3a \text{ olur ... (II)}$$

$$\text{Buna göre, } \frac{v_1 \cdot t}{v_2 \cdot t} = \frac{8a}{3a} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{8}{3} \text{ bulunur.}$$

KONU BİTMİŞTİR.